

Пусть $\varphi(x, (y, v)) = \|x\|^2 + \langle x, v - y \rangle - \langle v, y \rangle$.

1. Доказать, что множество $M = \{x : \varphi(x, (y_0, v_0)) \leq 0\}$ – замкнуто и ограничено.
2. Доказать, что множество $M = \{x : \varphi(x, (y_0, v_0)) \leq 0\}$ – выпуклое.
3. Доказать, что $\rho(A, B) = \inf_{a \in A} \rho(a, B)$. (Грибоедов Андрей)
4. Доказать, что $\rho(A, B) = \rho(\bar{A}, \bar{B})$. (Грибоедов Андрей)
5. Доказать, что $|\rho(x, A) - \rho(y, A)| \leq \rho(x, y)$. (Матяшов Александр)
6. Доказать, что множество всех выпуклых комбинаций замкнутого множества тоже является замкнутым.
7. Доказать, что если множество A ограничено и замкнуто, то $coA = \bar{co}A$.
8. Доказать, что если множество A выпукло, то A^ε – тоже.
9. Доказать равенство $\rho(x, M^\varepsilon) = \rho(x, M) - \varepsilon$. (Момот Екатерина)
10. Или показать, что $\text{Parat } x(t)$ является выпуклым множеством, или привести пример, в котором $\text{Parat } x(t)$ не является выпуклым.
11. Если $\text{Parat } x(t)$ – ограниченное множество, то является ли оно выпуклым?
12. Как используется непрерывность в точке a справа и в точке b слева при доказательстве леммы 5 на странице 55 книги Филиппова?
13. Почему в пояснениях к лемме 6 на странице 56 верно неравенство $\|\psi(A, v_1) - \psi(A, v_2)\| \leq m\delta$?
14. Доказательство каждого из шести со 2-го по 7-ое (1-ое доказывали на занятии) утверждений, помеченных на странице 57 цифрой (10) является отдельной задачей.
15. Проверить выполнение аксиом для пары вероятностных норм.
16. Проверить выполнение аксиом для пары норм Лукасевича.
17. Привести пример невыполнения свойства дистрибутивности между парой вероятностных норм.
18. Привести пример невыполнения свойства дистрибутивности между парой норм Лукасевича.